



2023

10. Ψηφιακή Λογική

R2: SCRAPY Guide

Αρ. έργου: **2021-1-FR01-KA220-SCH-000031617**



 **Co-funded by
the European Union**

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

ECAM EPMI
30/04/2023

Πίνακας περιεχομένων

1 Εισαγωγή	2
2. Συνδυαστική Λογική	2
3. Πίνακες Αλήθειας	3
4 Γραπτή Boolean Logic.....	5
5 Διαδοχική Λογική.....	5
6 Στοιχεία διαδοχικού κυκλώματος	6
6.1 D-type Flip-Flop	6
6.2 T-type Flip-Flop.....	6
6.3 JK-type Flip-Flop.....	7
6.4 Ρύθμιση, Αναμονή και Χρόνοι Διάδοσης.....	7
6.5 Μετασταθερότητα	8
7 Συμπέρασμα	9

1 Εισαγωγή

Η ψηφιακή ή Boolean λογική είναι η θεμελιώδης έννοια που βασίζεται σε όλα τα σύγχρονα συστήματα υπολογιστών. Με απλά λόγια, είναι το σύστημα κανόνων που μας επιτρέπει να παίρνουμε εξαιρετικά περίπλοκες αποφάσεις με βάση απλές ερωτήσεις «ναι/όχι».

Σε αυτό το μάθημα θα μάθετε για...

Ψηφιακό κύκλωμα

Τα ψηφιακά λογικά κυκλώματα μπορούν να χωριστούν σε δύο υποκατηγορίες - συνδυαστικά και διαδοχικά. Η συνδυαστική λογική αλλάζει "στιγμιαία" - η έξοδος του κυκλώματος αποκρίνεται μόλις αλλάξει η είσοδος (με κάποια καθυστέρηση, φυσικά, αφού η διάδοση του σήματος μέσω των στοιχείων του κυκλώματος διαρκεί λίγο χρόνο). Τα διαδοχικά κυκλώματα έχουν σήμα ρολογιού και οι αλλαγές διαδίδονται στα στάδια του κυκλώματος στις άκρες του ρολογιού.

Τυπικά, ένα διαδοχικό κύκλωμα θα αποτελείται από μπλοκ συνδυαστικής λογικής που χωρίζονται από στοιχεία μνήμης που ενεργοποιούνται από ένα σήμα ρολογιού.

Προγραμματισμός

Η ψηφιακή λογική είναι σημαντική και στον προγραμματισμό. Η κατανόηση της ψηφιακής λογικής καθιστά δυνατή τη λήψη πολύπλοκων αποφάσεων σε προγράμματα.

Ορισμένες λεπτές αποχρώσεις στον προγραμματισμό είναι σημαντικό να κατανοηθούν, θα μπούμε σε αυτό μόλις καλύψουμε τα βασικά.

Πριν ξεκινήσετε, ίσως είναι καλή ιδέα να αναθεωρήσετε το μάθημά μας για τους δυαδικούς αριθμούς, αν δεν το έχετε κάνει ήδη. Υπάρχει μια μικρή συζήτηση για τη Boolean λογική εκεί, αλλά θα προχωρήσουμε πολύ περισσότερο στο θέμα εδώ.

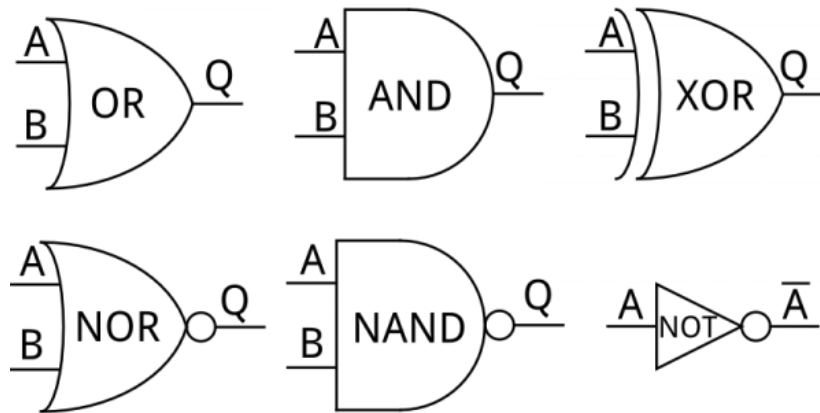
Ακολουθούν ορισμένα άλλα θέματα με τα οποία πρέπει να εξοικειωθείτε πριν ξεκινήσετε.

- Τι είναι Ηλεκτρισμός;
- Δυαδικό
- Αναλογικό vs Ψηφιακό
- Λογικά Επίπεδα

2. Συνδυαστική Λογική

Τα συνδυαστικά κυκλώματα κατασκευάζονται από πέντε βασικές λογικές πύλες:

- Πύλη AND - η έξοδος είναι 1 εάν και οι δύο είσοδοι είναι 1
- Πύλη OR - η έξοδος είναι 1 εάν ΤΟΥΛΑΧΙΣΤΟΝ μια είσοδος είναι 1
- Πύλη XOR - η έξοδος είναι 1 εάν ΜΟΝΟ μία είσοδος είναι 1
- Πύλη NAND - η έξοδος είναι 1 εάν ΤΟΥΛΑΧΙΣΤΟΝ μια είσοδος είναι 0
- Πύλη NOR - η έξοδος είναι 1 εάν και οι δύο είσοδοι είναι 0



Συνδυαστική Λογική

Υπάρχει ένα έκτο στοιχείο στην ψηφιακή λογική, ο μετατροπέας (μερικές φορές ονομάζεται πύλη NOT). Οι μετατροπείς δεν είναι πραγματικά πύλες, καθώς δεν παίρνουν αποφάσεις. Η έξοδος ενός μετατροπέα είναι 1 εάν η είσοδος είναι 0 και αντίστροφα.


Αξίζει να σημειωθούν μερικά πράγματα για την παραπάνω εικόνα:


- Συνήθως, το όνομα της πύλης δεν τυπώνεται. Το σύμβολο θεωρείται επαρκές για αναγνώριση.
- Η σημείωση τερματικού τύπου A-B-Q είναι τυπική, αν και τα λογικά διαγράμματα συνήθως τα παραλείπουν για σήματα που δεν είναι είσοδοι ή έξοδοι στο σύστημα ως σύνολο.
- Δύο συσκευές εισόδου είναι βασικές, αλλά περιστασιακά θα βλέπετε συσκευές με περισσότερες από δύο εισόδους. Ωστόσο, θα έχουν μόνο μία έξοδο.


Τα ψηφιακά λογικά κυκλώματα αναπαρίστανται συνήθως χρησιμοποιώντας αυτά τα έξι σύμβολα. Οι είσοδοι βρίσκονται στα αριστερά και οι έξοδοι στα δεξιά. Ενώ οι είσοδοι μπορούν να συνδεθούν, οι έξοδοι δεν πρέπει ποτέ να συνδέονται, παρά μόνο σε άλλες εισόδους. Ωστόσο, μία έξοδος μπορεί να συνδεθεί σε πολλαπλές εισόδους.


3. Πίνακες Αλήθειας


Οι παραπάνω περιγραφές είναι επαρκείς για να περιγράψουν τη λειτουργικότητα μεμονωμένων μπλοκ, αλλά υπάρχει ένα πιο χρήσιμο εργαλείο διαθέσιμο: ο πίνακας αλήθειας. Οι πίνακες αλήθειας είναι απλές γραφικές παραστάσεις που εξηγούν την έξοδο ενός κυκλώματος ως προς τις πιθανές εισόδους σε αυτό το κύκλωμα. Ακολουθούν πίνακες αλήθειας που περιγράφουν τα έξι κύρια στοιχεία:


		A	
		0	1
B	0	0	1
	1	1	1

		A	
		0	1
B	0	0	0
	1	0	1

		A	
		0	1
B	0	0	1
	1	1	0

		A	
		0	1
B	0	1	0
	1	0	0

		A	
		0	1
B	0	1	1
	1	1	0

		A	
		0	1
		1	0

Πίνακες αλήθειας

Οι πίνακες αλήθειας μπορούν να επεκταθούν σε αυθαίρετη κλίμακα, με όσες εισόδους και εξόδους μπορείτε να χειριστείτε πριν λιώσει ο εγκέφαλός σας. Δείτε πώς μοιάζει ένα κύκλωμα τεσσάρων εισόδων και ένας πίνακας αλήθειας:

The diagram shows a logic circuit with four inputs: A, B, C, and D. Inputs A and B are connected to an OR gate. Inputs C and D are connected to an AND gate. The output of the OR gate and the output of the AND gate are connected to an XOR gate. The output of the XOR gate is labeled Q.

		AB			
		00	01	10	11
CD	00	0	1	1	1
	01	0	1	1	1
	10	0	1	1	1
	11	1	0	0	0

Boolean Logic

4 Γραπτή Boolean Logic

Είναι, φυσικά, χρήσιμο να μπορούμε να γράψουμε σε μια απλή μαθηματική μορφή μια εξίσωση που αντιπροσωπεύει μια λογική πράξη. Για το σκοπό αυτό, υπάρχουν μαθηματικά σύμβολα για τις μοναδικές πράξεις: AND, OR, XOR και NOT.

- Τα $A \text{ AND } B$ πρέπει να γράφονται ως AB (ή μερικές φορές $A \cdot B$)
- Το $A \text{ OR } B$ πρέπει να γράφεται ως $A + B$
- Το $A \text{ XOR } B$ πρέπει να γράφεται ως $A \oplus B$
- Το $\text{NOT } A$ πρέπει να γράφεται ως A' ή \bar{A}

Θα σημειώσετε ότι υπάρχουν δύο στοιχεία που λείπουν σε αυτήν τη λίστα: NAND και NOR. Συνήθως, αυτά αναπαρίστανται απλώς συμπληρώνοντας την κατάλληλη αναπαράσταση:

- Ένα $\text{NAND } B$ γράφεται ως $(AB)'$, $(A \cdot B)'$ ή (AB)
- Ένα $\text{NOR } B$ γράφεται ως $(A + B)'$ ή $(A + B)$ Sequential Logic

5 Διαδοχική Λογική

Η συνδυαστική λογική είναι εξαιρετική, αλλά χωρίς την προσθήκη διαδοχικών κυκλωμάτων, ο σύγχρονος υπολογισμός δεν θα ήταν δυνατός.

Το διαδοχικό κύκλωμα είναι αυτό που προσθέτει μνήμη στα λογικά μας συστήματα. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, η συνδυαστική λογική παράγει αποτελέσματα μετά από καθυστέρηση. Αυτή η καθυστέρηση ποικίλλει ανάλογα με πολλά πράγματα: τη διαδικασία κατασκευής των εμπλεκόμενων εξαρτημάτων, τη θερμοκρασία του πυριτίου και την πολυπλοκότητα του κυκλώματος. Εάν η έξοδος ενός κυκλώματος εξαρτάται από τα αποτελέσματα δύο άλλων συνδυαστικών κυκλωμάτων και τα αποτελέσματα φτάνουν σε διαφορετικούς χρόνους (που θα φτάνουν, στον πραγματικό κόσμο), ένα συνδυαστικό κύκλωμα θα "μπλέξει" για λίγο, βγάζοντας ένα αποτέλεσμα που μπορεί να μην είναι συνεπές με την επιθυμητή λειτουργία.

Ωστόσο, ένα διαδοχικό κύκλωμα λαμβάνει δείγματα και διαδίδει την έξοδο μόνο σε συγκεκριμένους χρόνους. Εάν η είσοδος αλλάξει μεταξύ αυτών των χρόνων, αγνοείται. Ο χρόνος δειγματοληψίας συνήθως συγχρονίζεται σε ολόκληρο το κύκλωμα και αναφέρεται ως "ρολόι". Όταν αναφέρεται η "ταχύτητα" ενός υπολογιστή, αυτή είναι η εν λόγω τιμή. Είναι δυνατό να σχεδιαστούν «ασύγχρονα» διαδοχικά κυκλώματα, τα οποία δεν βασίζονται σε ένα συγχρονισμένο παγκόσμιο ρολόι. Ωστόσο, αυτά τα συστήματα παρουσιάζουν μεγάλες δυσκολίες και δεν θα τα συζητήσουμε εδώ.

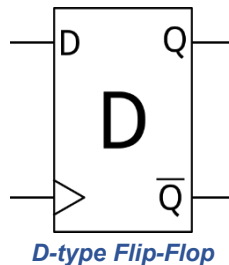
Ως δευτερεύουσα σημείωση, οποιοδήποτε τμήμα της ψηφιακής λογικής θα έχει δύο χαρακτηριστικές τιμές καθυστέρησης: τον ελάχιστο χρόνο καθυστέρησης και τον μέγιστο χρόνο καθυστέρησης. Εάν το κύκλωμα αποτύχει στον ελάχιστο χρόνο καθυστέρησης (δηλαδή, είναι ταχύτερο από όσο θα έπρεπε), το κύκλωμα θα αποτύχει, ανεπανόρθωτα. Εάν αυτό το κύκλωμα είναι μέρος μιας μεγαλύτερης συσκευής, όπως μια CPU υπολογιστή, ολόκληρη η συσκευή είναι σκουπίδια και δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί. Εάν ο μέγιστος χρόνος καθυστέρησης αποτύχει (δηλαδή, το κύκλωμα είναι πιο αργό από ό,τι

θα έπρεπε), η ταχύτητα του ρολογιού μπορεί να μειωθεί για να φιλοξενήσει το πιο αργό κύκλωμα στο σύστημα. Οι μέγιστοι χρόνοι καθυστέρησης τείνουν να αυξάνονται καθώς ζεσταίνεται το πυρίτιο που σχηματίζει ένα κύκλωμα, γι' αυτό οι υπολογιστές γίνονται ασταθείς όταν υπερθερμαίνονται ή καθώς αυξάνεται η ταχύτητα του ρολογιού (όπως συμβαίνει με το overclocking).

6 Στοιχεία διαδοχικού κυκλώματος

Όπως συμβαίνει με τη συνδυαστική λογική, υπάρχουν αρκετά βασικά στοιχεία κυκλώματος που αποτελούν τα δομικά στοιχεία των διαδοχικών κυκλωμάτων. Αυτά τα μπλοκ δημιουργούνται από τα βασικά συνδυαστικά στοιχεία, χρησιμοποιώντας ανάδραση από την έξοδο για τη σταθεροποίηση της εισόδου. Κυκλοφορούν σε δύο «γεύσεις»: σύρτες και flip-flops. Ενώ οι όροι χρησιμοποιούνται συχνά εναλλακτικά, τα μάνδαλα είναι λιγότερο χρήσιμα, καθώς δεν είναι χρονισμένα, θα επικεντρωθούμε στα flip-flops.

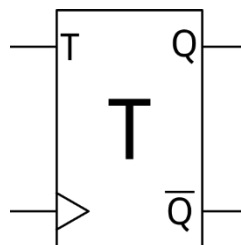
6.1 D-type Flip-Flop



Ο απλούστερος τύπος flip-flop είναι ο τύπος D. Τα flip-flops D είναι απλά -- στην άκρη του ρολογιού (συνήθως ανεβαίνει, αν και μπορούν να βρεθούν με έναν ενσωματωμένο μετατροπέα **για να ροκάρουν στην πτώση**), η είσοδος **μανδαλώνεται** στην έξοδο.

Συνήθως, η είσοδος ρολογιού συμβολίζεται με το μικρό τρίγωνο που προσκρούει στο σύμβολο. Τα περισσότερα flip-flops παρέχουν δύο εξόδους: την "κανονική" έξοδο και τη συμπληρωμένη έξοδο.

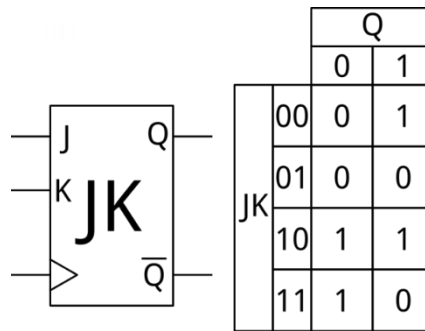
6.2 T-type Flip-Flop



Μόνο λίγο πιο περίπλοκος είναι ο τύπος T. Το «T» σημαίνει «εναλλαγή». Όταν εμφανίζεται μια άκρη ρολογιού, εάν η είσοδος T είναι 1, η έξοδος αλλάζει κατάσταση. Εάν η είσοδος είναι 0, η έξοδος παραμένει η ίδια. Όπως και με τον τύπο D, συνήθως παρέχεται το συμπλήρωμα της εξόδου.

Μια χρήσιμη συνάρτηση του T flip-flop είναι ένα κύκλωμα διαίρεσης ρολογιού. Εάν το T κρατηθεί ψηλά, η έξοδος θα είναι η συχνότητα ρολογιού διαιρούμενη με το δύο. Μια αλυσίδα από flip-flop T μπορεί επομένως να χρησιμοποιηθεί για την παραγωγή πιο αργών ρολογιών από το κύριο ρολόι μιας συσκευής.

6.3 JK-type Flip-Flop



JK-type Flip-Flop

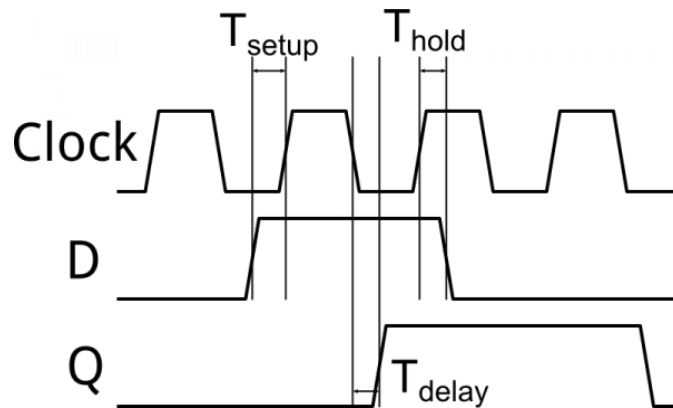
Τέλος, έχουμε τον τύπο JK. Ο τύπος JK είναι ο μόνος από τους τρεις που απαιτεί πραγματικά έναν πίνακα αλήθειας για να εξηγηθεί, έχει δύο εισόδους (J και K) και η έξοδος μπορεί να παραμείνει ίδια, να ρυθμιστεί, να διαγραφεί ή να αλλάξει, ανάλογα με τον συνδυασμό των σημάτων εισόδου που υπάρχουν. Φυσικά, όπως συμβαίνει με όλες τα flip-flops, η είσοδος τη στιγμή του ρολογιού είναι το μόνο που έχει σημασία.

6.4 Ρύθμιση, Αναμονή και Χρόνοι Διάδοσης

Όλα τα διαδοχικά κυκλώματα έχουν τους λεγόμενους χρόνους "setup" και "hold", καθώς και καθυστέρηση διάδοσης. Η κατανόηση αυτών των τριών πραγμάτων είναι κρίσιμη για το σχεδιασμό διαδοχικών κυκλωμάτων που λειτουργούν όπως αναμένεται.

Ο χρόνος εγκατάστασης είναι ο ελάχιστος χρόνος προτού εμφανιστεί ένα ανερχόμενο άκρο του ρολογιού που πρέπει να φτάσει ένα σήμα στην είσοδο ενός flip-flop για να ασφαλίσει σωστά τα δεδομένα από το flip-flop. Ομοίως, ο χρόνος αναμονής είναι ο ελάχιστος χρόνος που ένα σήμα πρέπει να παραμείνει σταθερό μετά την εμφάνιση της ακμής του ρολογιού που ανέρχεται προτού επιτραπεί να αλλάξει.

Ενώ οι χρόνοι ρύθμισης και διατήρησης δίνονται ως ελάχιστες τιμές, η καθυστέρηση διάδοσης δίνεται ως μέγιστη. Με απλά λόγια, η καθυστέρηση διάδοσης είναι ο μεγαλύτερος χρόνος μετά από μια πτώση στο ρολόι προτού να περιμένετε να δείτε το σήμα στις εξόδους. Ακολουθεί ένα γραφικό που τα εξηγεί:



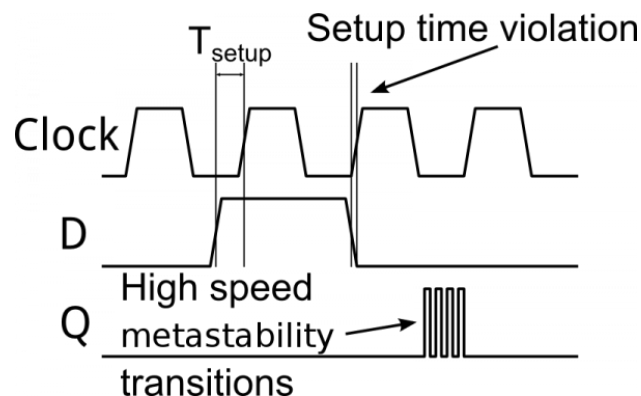
Ρύθμιση, Αναμονή και Χρόνοι Διάδοσης

Σημειώστε ότι στην παραπάνω εικόνα, οι μεταβάσεις σχεδιάζονται ως ελαφρώς υπό γωνία. Αυτό εξυπηρετεί δύο σκοπούς: μας υπενθυμίζει ότι οι άκρες του ρολογιού και των δεδομένων δεν είναι ποτέ αληθινά ορθές και θα έχουν πάντα κάποιο μη μηδενικό χρόνο ανόδου ή πτώσης και διευκολύνει να δούμε πού τέμνονται οι κάθετες γραμμές που σημειώνουν τους διάφορους χρόνους με τα σήματα .

Ο συνδυασμός αυτών των τριών τιμών καθορίζει την υψηλότερη ταχύτητα ρολογιού που μπορεί να χρησιμοποιήσει μια συσκευή. Εάν η καθυστέρηση διάδοσης ενός τμήματος συν τον χρόνο εγκατάστασης του επόμενου εξαρτήματος στο κύκλωμα υπερβαίνει το χρόνο μεταξύ της πτώσης άκρου ενός παλμού ρολογιού και της ακμής ανόδου του επόμενου, τα δεδομένα δεν θα είναι σταθερά στην είσοδο του δεύτερου εξαρτήματος , με αποτέλεσμα να συμπεριφέρεται απροσδόκητα.

6.5 Μετασταθερότητα

Η μη τήρηση των χρόνων ρύθμισης και διατήρησης μπορεί να οδηγήσει σε ένα πρόβλημα που ονομάζεται "μετασταθερότητα". Όταν ένα κύκλωμα βρίσκεται σε μετασταθερή κατάσταση, η έξοδος ενός flip-flop μπορεί να ταλαντωθεί γρήγορα μεταξύ των δύο κανονικών καταστάσεων -- συχνά με ρυθμό πολύ μεγαλύτερο από τον ρυθμό ρολογιού του κυκλώματος.



Μετασταθερότητα

Τα προβλήματα μετασταθερότητας μπορεί να κυμαίνονται από ψευδή λειτουργία έως ζημιά στο τσιπ, καθώς μπορούν να αυξήσουν την κατανάλωση ρεύματος. Ενώ η μετασταθερότητα συνήθως υποχωρεί από μόνη της, μέχρι να γίνει αυτό, το σύστημα μπορεί να είναι σε άγνωστη κατάσταση και να χρειαστεί να γίνει πλήρης επαναφορά για να αποκατασταθεί η σωστή λειτουργία.

Ένας συνηθισμένος τρόπος με τον οποίο προκύπτουν ζητήματα μετασταθερότητας είναι όταν ένα σήμα διασχίζει τομείς ρολογιού -- με άλλα λόγια όταν ένα σήμα περνά μεταξύ συσκευών που χρονομετρούνται από διαφορετικές πηγές. Δεδομένου ότι τα ρολόγια δεν είναι συγχρονισμένα (και ακόμα κι αν τα ρολόγια είναι στην ίδια ονομαστική συχνότητα, η πραγματικότητα υπαγορεύει ότι θα είναι ελαφρώς διαφορετικά), τελικά η άκρη του ρολογιού και η άκρη δεδομένων θα είναι πολύ κοντά για άνεση, με αποτέλεσμα μια ρύθμιση παραβίαση χρόνου. Μια απλή λύση για αυτό το ζήτημα είναι η εκτέλεση όλων των εισόδων σε ένα σύστημα μέσω ενός ζεύγους διαδοχικών flip-flops D. Ακόμα κι αν το πρώτο flip-flop μεταβεί σε μετασταθερότητα, (ελπίζουμε) θα έχει σταθεροποιηθεί σε μια σταθερή κατάσταση πριν από τον επόμενο παλμό ρολογιού, επιτρέποντας στο δεύτερο flip-flop να διαβάσει τα σωστά δεδομένα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα μια καθυστέρηση ενός κύκλου στις εισερχόμενες ακμές δεδομένων, η οποία είναι πάντα ασήμαντη σε σύγκριση με τον κίνδυνο μετασταθερότητας.

7 Συμπέρασμα

Η κατανόηση της ψηφιακής λογικής είναι μια κρίσιμη δεξιότητα στα ηλεκτρονικά. Για περισσότερες πληροφορίες σχετικά με το θέμα, δείτε τις παρακάτω πηγές:

- Digital Logic - Ένας καλός ιστότοπος που καλύπτει το μεγαλύτερο μέρος του υλικού που παρουσιάζεται εδώ
- Boolean algebra - Η σελίδα της Wikipedia για την Boolean Algebra, η οποία είναι ο κλάδος που στηρίζει αυτό το θέμα.
- Μέθοδος Quine-McCluskey - Το Q-M είναι μια μέθοδος απλοποίησης ψηφιακών κυκλωμάτων σε ένα ελάχιστο σύνολο απαραίτητων πυλών, λαμβάνοντας υπόψη πολλές εισόδους και έναν επιθυμητό χάρτη εξόδου.
- Logic Blocks και μια εισαγωγή στην ψηφιακή λογική